

LSM XXIX

LOMBA DAN SEMINAR MATEMATIKA

Innovation In Mathematic for
National Education Technology





HIMATIKA FMIPA UNY

Sekretariat : Gelanggang Ormawa FMIPA UNY Karangmalang, Depok, Sleman,
Yogyakarta 55281

Email : lsmhimatikauny@gmail.com ; Web : lsmhimatikauny.com

Petunjuk Pengerjaan

1. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.
2. Gunakan pensil 2B untuk mengisi lembar jawab komputer.
3. Isilah identitas diri pada lembar jawab yang tersedia.
4. Mengisi dan menandatangani lembar pernyataan.
5. Telitilah kelengkapan teks dalam naskah soal. Soal berbentuk pilihan ganda sebanyak 40 butir soal dengan lima pilihan jawaban.
6. Laporkan pada pengawas jika terdapat cetakan yang kurang jelas, soal rusak, atau jumlah halaman yang kurang.
7. **Skor untuk jawaban benar +4 , salah -1, dan tidak dijawab 0.**
8. **Waktu mengerjakan soal 90 menit.**
9. Lembar jawaban harus dalam keadaan bersih, tidak sobek, tidak terlipat, dan tidak basah.
10. Apabila telah selesai mengerjakan sebelum waktu berakhir, tetaplah duduk dengan tenang, dan lembar jawaban diletakkan dalam posisi terbalik. Anda tidak diperkenankan meninggalkan ruangan sebelum waktu mengerjakan habis kecuali atas izin pengawas.
11. Teliti lembar jawaban sebelum meninggalkan ruangan.
12. Selamat mengerjakan dan semoga **SUKSES**.

Notasi Matematika

- $\mathbb{N}$: *Bilangan Asli*
- $\mathbb{R}$: *Bilangan Real*
- $\mathbb{Z}$: *Bilangan Bulat*
- $\mathbb{Z}^+$: *Bilangan Bulat Positif*
- $\forall$: *Untuk Setiap*





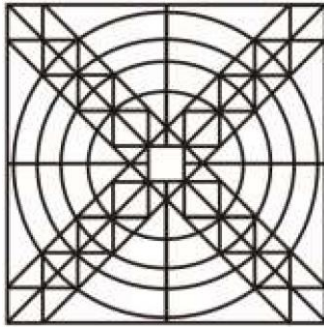
1. Seekor katak berada pada bidang- xy berpindah dari suatu titik ke titik yang lain. Namun, katak tersebut memiliki cara bergerak yang unik, yaitu untuk setiap $x, y \in \mathbb{R}$ katak dapat melompat ke titik $(x + 1, y)$, $(x + 2, y)$, $(x, y + 1)$ atau $(x, y + 2)$. Banyak cara katak berpindah dari $(0,0)$ ke $(4,4)$ adalah ... cara.
 - A. 420 D. 556
 - B. 480 E. 576
 - C. 504

2. Segitiga ABC memiliki panjang sisi $AB = 9$ cm, $BC = 5\sqrt{3}$ cm, dan $AC = 12$ cm. Titik $A = P_0, P_1, \dots, P_{75} = B$ terletak pada ruas garis AB dengan P_k antara P_{k+1} dan P_{k-1} untuk $k = 1, 2, \dots, 74$ dan titik $A = Q_0, Q_1, \dots, Q_{75} = C$ terletak pada ruas garis AC dengan Q_k antara Q_{k-1} dan Q_{k+1} untuk $k = 1, 2, \dots, 74$. Kemudian setiap ruas garis $P_k Q_k, k = 1, 2, \dots, 74$ sejajar dengan garis BC . Ruas garis tersebut memotong segitiga tersebut menjadi 75 bangun yang luasnya sama, terdiri dari 74 trapesium dan 1 segitiga. Banyak ruas garis $P_k Q_k, k = 1, 2, \dots, 74$ yang memiliki panjang rasional adalah
 - A. 6 D. 12
 - B. 8 E. 14
 - C. 10

3. Diberikan $U = \{1, 2, 3, \dots, 18\}$ dan T adalah sembarang himpunan bagian dari U . Didefinisikan bahwa $s(T)$ merupakan jumlah dari elemen-elemen T . Misalkan $T = \{1, 2, 4\}$ maka $s(T) = 1 + 2 + 4 = 7$. Jika $T = \emptyset$, maka $s(\emptyset) = 0$. Apabila T dipilih secara acak dari semua himpunan bagian dari U maka peluang $s(T)$ dapat dibagi oleh 3 adalah
 - A. $\frac{683}{2^{11}}$ D. $\frac{1366}{2^{13}}$
 - B. $\frac{683}{2^{13}}$ E. $\frac{1366}{2^{16}}$
 - C. $\frac{1366}{2^{11}}$



4. Genta memiliki lapangan badminton berbentuk persegi panjang. Setiap pojok lapangan badminton akan dipasang penyaring saluran air berbentuk persegi yang terbuat dari kawat seperti pada gambar.



Jika luas lapangan adalah 6561 m^2 dan luas penyaring saluran air adalah $\frac{1}{81 \cdot 10^4}$ dari luas lapangan dalam cm^2 . Panjang kawat minimal yang diperlukan Genta untuk membuat penyaring saluran air lapangan badminton adalah ... cm.

- A. $8 + 3\sqrt{2} + \frac{9}{8}\sqrt{2}\pi$ D. $448 + 192\sqrt{2} + 72\sqrt{2}\pi$
 B. $32 + 12\sqrt{2} + \frac{9}{2}\sqrt{2}\pi$ E. $1672 + 768\sqrt{2} + 288\sqrt{2}\pi$
 C. $112 + 48\sqrt{2} + 18\sqrt{2}\pi$

5. Diberikan sistem persamaan sebagai berikut,

$$\begin{cases} \frac{a+1}{1+\sqrt{-(a^2+2a)}} + \frac{2b+2}{b+\sqrt{-(b^2+2b)}+2} = 1 \\ 28\sqrt{-(a^2+2a)} - 49(b^2+2b) = 63 \end{cases}$$

dengan a dan b merupakan bilangan real $\in [-1,0]$. Nilai dari $\frac{a}{1-\frac{1}{(1+b+b^2\dots)}}$ adalah

- A. $\frac{7+3\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{7+5\sqrt{5}}{5}$
 B. $\frac{7-3\sqrt{5}}{5}$ E. $\frac{7-3\sqrt{6}}{5}$
 C. $\frac{7-5\sqrt{5}}{5}$



6. Di Bantul, ada jalan raya lurus yang menghubungkan pom bensin dan Embung Potorono dari barat ke timur. Gina mengemudi di sepanjang Jalan Merdeka yang melintasi jalan raya sebanyak tiga kali dan dapat digambarkan oleh polinomial kubik. Persimpangan masing-masing berada 1 km, 3 km, dan 6 km dari pom bensin. Jika posisi awal Gina adalah 18 km tepat di selatan pom bensin, maka jarak Gina dari pom bensin ketika berada di 8 km ke timur adalah

- A. $\sqrt{4999}$ km D. $\sqrt{4900}$ km
 B. $\sqrt{4965}$ km E. $\sqrt{4908}$ km
 C. $\sqrt{4964}$ km

7. Sebuah mesin meme awalnya berisi 7 gambar dan 31 kotak teks. Misalkan a dan b berturut-turut menyatakan banyak gambar dan kotak teks. Pada tahap pertama, mesin meme dapat menghasilkan sebanyak a meme. Pada tahap kedua dan seterusnya, mesin tersebut dapat menghasilkan meme sebanyak $(a + 1)$ kali dari tahap sebelumnya. Tahap yang dapat menghasilkan lebih dari 7 juta meme adalah

- A. Tahap ke-7 D. Tahap ke-4
 B. Tahap ke-6 E. Tahap ke-3
 C. Tahap ke-5

8. Di hari pertama, Wafa melakukan *jogging*. Sejak saat itu, Wafa melakukan hal yang sama di hari berikutnya dengan peluang $\frac{2}{3}$, peluang Wafa melakukan *jogging* pada hari ke-10 adalah

- A. $\frac{9844}{19683}$ D. $\frac{9842}{19683}$
 B. $\frac{9840}{19683}$ E. $\frac{9843}{19683}$
 C. $\frac{9841}{19683}$

9. The number of ways 50 couples can sit in round tables with 102 identical chairs such that every couples can sit together is

- A. $49! 2^{50}$ D. $51! 2^{50}$
 B. $49! 2^{51}$ E. $52! 2^{49}$
 C. $51! 2^{49}$



10. The value of

$$\int_{12}^{16} \frac{2 \log(28 - x)}{\log(784x - 56x^2 + x^3) + \log x} dx$$

is

- A. 1 D. 4
- B. 2 E. 5
- C. 3

11. Let x, y are two different real numbers satisfy the equation $\sqrt{y + 4} = x - 4$ and $\sqrt{x + 4} = y - 4$. The value of $(x^3 + y^3) \bmod (x^3 y^3)$ is

- A. 3 D. 113
- B. 13 E. 131
- C. 103

12. Diketahui garis AB dan CD terletak pada lingkaran σ dengan AB sebagai diameter dan CD sejajar AB . Sedangkan titik E merupakan titik perpotongan AC dan BD . Jika $\angle BEC = \alpha$, maka nilai $L_{\triangle CDE} : L_{\triangle ABE}$ adalah

- A. $\frac{1}{2} \cdot \cot \alpha \cdot \sin 2\alpha$ D. $\frac{1}{2} \cdot \cot \alpha \cdot \sec \alpha$
- B. $\frac{1}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sec 2\alpha$ E. $\frac{1}{2} \cdot \tan \alpha$
- C. $\frac{1}{2} \cdot \cot \alpha \cdot \cos 2\alpha$

13. Dalam menjawab pertanyaan pengetahuan umum (dibatasi sehingga setiap pertanyaan dijawab ya atau tidak), kemungkinan guru untuk benar adalah α , kemungkinan siswa laki-laki benar adalah β , dan kemungkinan siswa perempuan benar adalah γ . Kemungkinan siswa yang dipilih secara acak setuju dengan jawaban guru adalah $\frac{1}{2}$. Perbandingan jumlah anak laki-laki dan perempuan di kelas adalah

- A. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1-\gamma}{\beta-1}$
- B. $\frac{\frac{1-\gamma}{2}}{\beta-\frac{1}{2}}$ E. $\frac{4}{3}$
- C. $\frac{\frac{1-2\gamma}{2}}{\beta-\frac{1}{2}}$



14. Nilai dari

$$\frac{(\log 2)^4}{\left(\log \frac{2}{3}\right)\left(\log \frac{2}{5}\right)} + \frac{(\log 3)^4}{\left(\log \frac{3}{5}\right)\left(\log \frac{3}{2}\right)} + \frac{(\log 5)^4}{\left(\log \frac{5}{2}\right)\left(\log \frac{5}{3}\right)}$$

adalah

- A. $(\log \sqrt{6})^2 + (\log \sqrt{15})^2 + (\log \sqrt{10})^2$
- B. $(\log \sqrt{6})^2 + (\log \sqrt{15})^2 - (\log \sqrt{10})^2$
- C. $\left(\log \sqrt[2]{6}\right)^2 + \left(\log \sqrt[2]{15}\right)^2 + \left(\log \sqrt[2]{10}\right)^2$
- D. $(\log \sqrt[2]{6})^2 + (\log \sqrt[2]{15})^2 - (\log \sqrt[2]{10})^2$
- E. $(\log \sqrt[2]{6})^2 - (\log \sqrt[2]{15})^2 + (\log \sqrt[2]{10})^2$

15. Diketahui bahwa penyelesaian bilangan real untuk persamaan berikut

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-3)^2} = 10 \\ x + 2y = 5z \end{cases}$$

adalah (a, b, c) . Nilai dari $a + 2b + 3c$ adalah

- A. 8 D. $\frac{3}{2}$
- B. 7 E. 1
- C. $\frac{9}{2}$

16. Diberikan M merupakan bilangan bulat positif lebih dari 3. Segitiga sama sisi ABC dibagi menjadi M^2 segitiga sama sisi yang saling kongruen. Diketahui S adalah jumlah belah ketupat yang terdiri dari dua segitiga sama sisi kecil dan L adalah jumlah belah ketupat yang mengandung delapan segitiga sama sisi kecil. Selisih $S - L$ dalam bentuk M adalah

... .

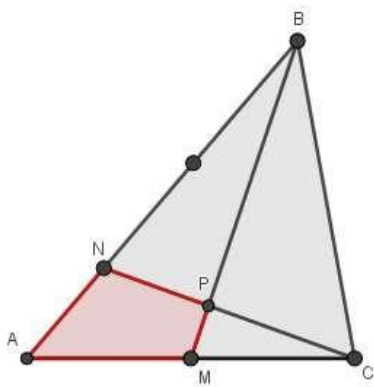
- A. $6M - 8$ D. $6M - 11$
- B. $6M - 10$ E. $6M - 7$
- C. $6M - 9$



17. Diketahui garis singgung parabola $y = ax^2 + bx + 1$, pada titik $x = -2$ membentuk sudut terhadap sumbu x sebesar $\tan^{-1}(-2)$ dan pada titik $x = -1$ membentuk sudut terhadap sumbu x sebesar $\tan^{-1}(0)$. Luas daerah yang dibatasi oleh garis lurus $x + y = 1$ dan parabola tersebut adalah

- A. $\frac{9}{2}$ D. 2
B. $\frac{7}{2}$ E. 1
C. $\frac{5}{2}$

18. Perhatikan gambar berikut.



Diketahui segitiga ABC , misalkan N titik pada sisi AB sedemikian sehingga AN adalah sepertiga dari AB , dan misalkan M titik pada sisi AC sehingga AM adalah setengah dari AC . Kemudian, N dihubungkan ke C dan M dihubungkan ke B . Didefinisikan P sebagai titik perpotongan dari dua segmen. Perbandingan luas daerah segitiga ABC dan segiempat $ANPM$ adalah

- A. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{30}{7}$
B. $\frac{7}{30}$ E. $\frac{60}{7}$
C. $\frac{7}{60}$

19. Banyaknya bilangan bulat positif n memenuhi $1 - 5^n + 5^{2n+1}$ yang merupakan kuadrat sempurna adalah

- A. 1 D. 4
B. 2 E. 5
C. 3

20. Diketahui a dan b adalah bilangan kuadrat terbesar kurang dari 1000 yang dapat dibentuk dari hasil perkalian empat bilangan bulat positif berurutan ditambah c . Nilai dari

$$\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{3c}} - 476 \text{ adalah } \dots$$



- A. 423 D. 483
B. 432 E. 487
C. 438

21. The value of $\binom{2020}{1} + 2\binom{2020}{2} + 3\binom{2020}{3} + \dots + 2019\binom{2020}{2019} + 2020\binom{2020}{2020}$ is

- A. 2020×3^{2020} D. 1010×3^{2020}
B. 1010×2^{2020} E. 2020×2^{2020}
C. 1010×2^{2019}

22. Defined a function $f(x)$ such that

$$(1 - x) + 2(x) = nx$$

For $m, n > 1$. The value of $\int_1^m 2n + 6f\left(\frac{m}{x}\right) dx$ is

- A. $m \ln n^{6m}$ D. $\ln m^{3n}$
B. $n \ln n^{6n}$ E. $\ln m^{6m}$
C. $m \ln m^{6n}$

23. If the function of f is continuous in $\mathbb{R}$ and

$$\int_0^x f(t) dt = \int_x^1 t^2 f(t) dt + 2x^2 + 4x + c, \forall x \in \mathbb{R}.$$

The value of constant c is

- A. $8\pi - \ln 4$ D. $8 + \pi - \ln 2$
B. $6 - 2\pi + \ln 2$ E. $6 - \pi - \ln 4$
C. $\pi - \ln 4$

24. Let $x \in [-1, 1)$ such that

$$-\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k} = \ln(1 - x)$$

The value of $\int_0^1 \frac{1}{\left[\log_2 \frac{2}{1-x}\right]} dx$ is

- A. $\ln 2$ D. $\ln 24$
B. $\ln 22$ E. $\ln 25$
C. $\ln 23$



25. Diketahui $xyz = \frac{2}{3}$ dengan $x, y, z \in \mathbb{R}^+$.

Nilai minimum dari $x^2 + 6xy + 18y^2 + 12yz + 4z^2$ adalah

- A. 9 D. 18
- B. 12 E. 24
- C. 16

26. Gedung Digital Library UNY terdiri atas lima lantai. Pada suatu hari, Raihan (pria), Dika (pria), Ifah (wanita), Firoh (wanita), dan Adit (pria) masuk ke elevator. Pada hari itu, elevator hanya dapat bergerak naik dan tidak turun kembali. Setiap orang keluar dari elevator pada satu dari lima lantai itu. Banyaknya cara yang mungkin untuk mereka meninggalkan elevator sehingga tidak ada waktu di mana satu pria dan satu wanita ditinggal berdua di elevator adalah

- A. 1920 D. 1976
- B. 1973 E. 1979
- C. 1991

27. Diketahui terdapat tiga orang atlet lari yaitu Adi, Wafa, dan Revien. Setiap orang berlari dengan kecepatan konstan yang berbeda dengan panjang lintasan 1000 m. Jika Adi mengizinkan Wafa mulai awalan dari jarak 50 m, mereka akan menyelesaikan perlombaan pada waktu yang sama. Jika Adi mengizinkan Revien mulai awalan dari jarak 69 m, mereka akan menyelesaikan perlombaan pada waktu yang sama. Jika Wafa dan Revien berada dalam perlombaan, jarak awalan yang harus Wafa izinkan kepada Revien sehingga mereka akan menyelesaikan perlombaan pada waktu yang sama adalah ... m.

- A. 15 D. 25
- B. 20 E. 30
- C. 10

28. Di sebuah kolam ikan milik Pak Huda, terdapat ikan nila jantan dan betina sebanyak tidak lebih dari 2020 ekor. Jika diambil dua ikan secara bersamaan maka peluang terambilnya 1 dua ikan nila berjenis kelamin sama adalah $\frac{1}{2}$. Banyaknya ikan nila jantan maksimal yang mungkin di kolam ikan Pak Huda adalah ... ekor.

- A. 950 D. 1100
- B. 960 E. 1400
- C. 990



29. Diberikan parabola $y = x^2 - 3x + a + 4$ dan garis $y = -x + b$, dimana nilai-nilai a dan b dipilih secara acak dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ dan setiap bilangan dalam himpunan tersebut boleh dipilih lebih dari satu kali. Jika peluang garis tersebut menyinggung parabola adalah $\frac{1}{12}$, maka nilai n adalah

- A. 4 D. 10
B. 6 E. 12
C. 8

30. Dalam sebuah segi- n yang tidak memiliki sudut refleks, jika dipilih dua diagonal secara acak, peluang bahwa titik perpotongan kedua diagonal itu terletak di dalam segi- n tersebut adalah

- A. $\frac{\binom{n}{2}}{\binom{\binom{n}{2}-n}{2}}$ D. $\frac{\binom{n}{4}}{\binom{\binom{n}{2}-(n+1)}{2}}$
B. $\frac{\binom{n}{4}}{\binom{\binom{n}{2}-n+1}{2}}$ E. $\frac{\binom{n}{2}}{\binom{\binom{n}{2}-(n-1)}{2}}$
C. $\frac{\binom{n}{4}}{\binom{\binom{n}{2}-n}{2}}$

31. Let $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ be regular octagon. Let M_1, M_3, M_5, M_7 be the midpoints of sides $\overline{A_1A_2}, \overline{A_3A_4}, \overline{A_5A_6}, \overline{A_7A_8}$, respectively. For $i = 1, 3, 5, 7$ ray R_i is constructed from M_i towards the interior of the octagon such that $R_1 \perp R_3, R_3 \perp R_5, R_5 \perp R_7, R_7 \perp R_1$. Pairs of rays R_1 and R_3, R_3 and R_5, R_5 and R_7, R_7 and R_1 meet at B_1, B_3, B_5, B_7 respectively. If

$B_1B_3 = A_1A_2$, then $\cos 2\angle A_3M_3B_1$ can be written in the form $m - \sqrt{n}$, where m and n are positive integers. The value of n^m is

- A. 220 D. 226
B. 224 E. 227
C. 225

32. Diberikan

$$L = \frac{20}{\tan\left(\frac{1}{\tan^{-1}3} + \frac{1}{\tan^{-1}7} + \frac{1}{\tan^{-1}(7+3)} + \frac{1}{\tan^{-1}(7-3)}\right)}$$

Nilai dari L adalah

- A. $\frac{1280}{67}$ D. $\frac{9260}{148}$



B. $\frac{1440}{64}$ E. $\frac{2960}{463}$

C. $\frac{64}{67}$

33. When each 713,781, and 866 is divided by the positive integer m , the remainder is always the positive integer r . When each of 403,713,806 is divided by the positive integer n , the remainder is always the positive integer $s \neq r$. The value of $m + n + r + s$ is

A. 60 D. 63

B. 61 E. 64

C. 62

34. Bentuk akar pangkat tiga dari urutan bilangan ke-2020 dari

$\frac{107811}{3}, \frac{110778111}{3}, \frac{111077781111}{3}, \dots$ adalah

A. $\frac{10^{2019}-1}{3}$ D. $\frac{10^{2022}-1}{3}$

B. $\frac{10^{2020}-1}{3}$ E. $\frac{10^{2023}-1}{3}$

C. $\frac{10^{2021}-1}{3}$

35. Diketahui suatu barisan dengan $a_{n+2} = \frac{1}{a_{n+1}} + a_n$ dan $a_1 = a_2 = 1$. Bentuk modular

2020 dari a_{2020} adalah (Didefinisikan bahwa $\prod_{i=1}^n 1 = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_n$)

A. $\prod_{i=1}^{2020} \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \bmod 2020$ D. $\prod_{i=1}^{1009} \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \bmod 2020$

B. $\prod_{i=1}^{2019} \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \bmod 2020$ E. $\prod_{i=1}^{1011} \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \bmod 2020$

C. $\prod_{i=1}^{1010} \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \bmod 2020$

36. Diberikan

$$S = \frac{1}{\sqrt{2020}} + \frac{2^2}{\sqrt{2020}^2} + \frac{3^2}{\sqrt{2020}^3} + \dots$$

Jika $p = \sqrt{2020} + 1$, maka nilai dari $S \bmod (p - 2)^3$ adalah



- A. $p^2 - p$ D. $p^2 + 1$
 B. p^2 E. p
 C. $p^2 - 1$

37. Diketahui himpunan $S = \{1, 2, 3, \dots, 3n\}$ dimana n adalah sebuah bilangan bulat positif. T merupakan himpunan bagian dari S sedemikian sehingga untuk setiap $x, y, z \in T$ (dimana x, y, z boleh sama) dengan $x + y + z \notin T$. Nilai maksimum dari banyaknya anggota setiap himpunan adalah

- A. $2n - 1$ D. $2n + 2$
 B. $2n$ E. $2n + 3$
 C. $2n + 1$

38. Pasangan-pasangan bilangan bulat positif (m, n) yang memenuhi persamaan $m! + (m + 1)! = n! + 120$ dinyatakan dengan $(m_1, n_1), (m_2, n_2), \dots, (m_p, n_p)$. Nilai dari

$(m_1 + n_1) + (m_2 + n_2) + \dots + (m_p + n_p)$ adalah

- A. 15 D. 19
 B. 16 E. 20
 C. 17

39. Diberikan

$$M = \sum_{k=1}^{20} \sum_{n=1}^k \frac{n^2}{21 - 2n}$$

Nilai dari M adalah

- A. -760 D. -790
 B. -770 E. -800
 C. -780

40. The gift shop in Jogja sells n types of bakpia. The bakpia are packed up in a box which can filled $n + k$ bakpia, for $k > 0$ and $n, k \in \mathbb{Z}^+$. The number of ways to fill a box such that at least each type of bakpia are

- A. $2 \binom{n+k}{n}$ D. $\binom{n+k}{n} - \binom{n+k-1}{n}$
 B. $\binom{n+k}{k}$ E. $\binom{n+k-1}{n}$
 C. $\binom{n+k}{n+1}$